

物理学 B レポート 「大気中の音速の測定」

<目的>

片側開口の筒を用いて、閉口端で反射してきた反射音と直接音の時間差をパソコン用音声解析ソフトで測定し、大気中の音速を求め、文献値と矛盾しないか調べる。

<原理>

・音速

音波は空気中で物体が振動することで空気圧の変化が変化し、まわりの空気に疎部と密部が交互にでき、伝播する縦波である。

図1のように長さ l [m] の片側開口気柱において開口端付近でパルス波を出す。マイクにはまず音源から直接届いた音波が計測され、次に閉口端で反射した音波が遅れて計測される。この時間差 T [s] と遅れてきた音波の伝播距離 $2l$ [m] から、音速 v [m/s] は以下のようにおける。なお、開口端とマイクの間は無視する。

$$v = \frac{2l}{T} \dots \textcircled{1}$$

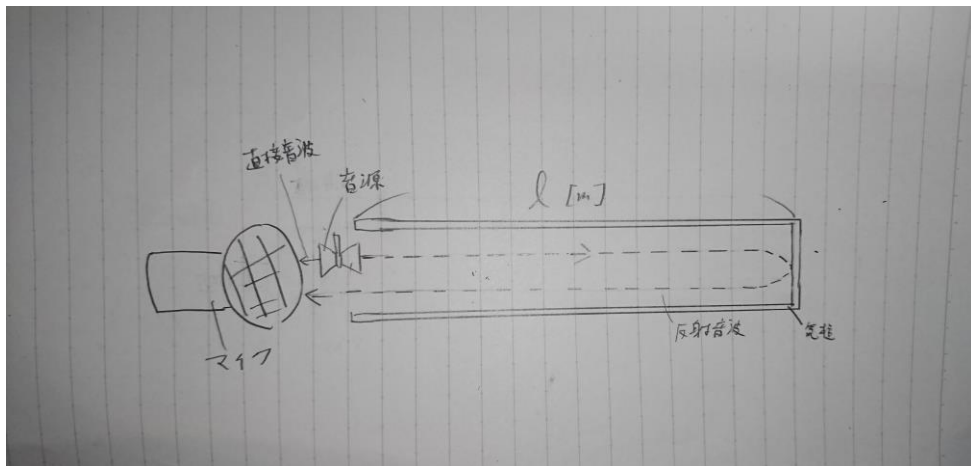


図1. 片側開口気柱を用いた音速測定の様子

・大気中の音速

温度 t [°C] ($t + 273$ [K])、圧力 P [Pa]、密度 ρ [kg/m³] の空気中を伝わる音の速度 v [m/s] は 空気の定圧比熱と定積比熱の比 γ を用いて次式のようにおける。

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \dots \textcircled{2}$$

ここで空気が 0°C (273 K)、1 気圧 (P_0 [Pa]) のときの密度を ρ_0 [kg/m³]、音速を v_0 [m/s]

とするとボイル・シャルルの法則より

$$\frac{P_0}{273 \rho_0} = \frac{P}{\rho (t + 273)} \quad \text{すなわち} \quad \frac{P}{\rho} = \frac{P_0 (t + 273)}{273 \rho_0} \dots \textcircled{3}$$

③式を②式に代入し

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P_0 (t + 273)}{273 \rho_0}} = v_0 \sqrt{\frac{t + 273}{273}} \quad (v_0 = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}} \text{ より})$$

$$= v_0 \left(\frac{t + 273}{273} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\doteq v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{t}{273} \right) \dots \textcircled{4} \quad (|x| \ll 1 \text{ のとき、} (1+x)^n \doteq 1+nx)$$

ゆえに $v = v_0 + \frac{v_0}{546} t$ [m/s] $\dots \textcircled{5}$ とおける。

・音声解析ソフト

本実験ではマイクから入力した音を録音して、その録音した任意の2点間のデータから観察された波形の伝播時間などがわかるパソコン用ソフト「振駆郎」を用いた。使い方は以下の通りである。

(1) 図2のように、右上の録音ボタンを押し、4秒間音を録音した。次に全波形表示上で拡大表示したい任意の波形部分をマウス左ボタンでクリックした。

(2) 図3のように拡大表示された波形上で、時間を測定したい波形の開始点でマウス左ボタンをクリックし、そこからマウスをドラッグしたまま、終了位置でマウスボタンを離れた。

(3) 情報表示画面にその測定範囲(黄色)に対しての時間 T と振動数 f が自動的に計算されて表示される。なお、波形の大きさは必要に応じて縦軸(振幅)と横軸(時間)を拡大縮小ボタンで調節した。また、波形がうまく測定範囲に入らず自動で時間がわからない場合は目視で値を求めた。

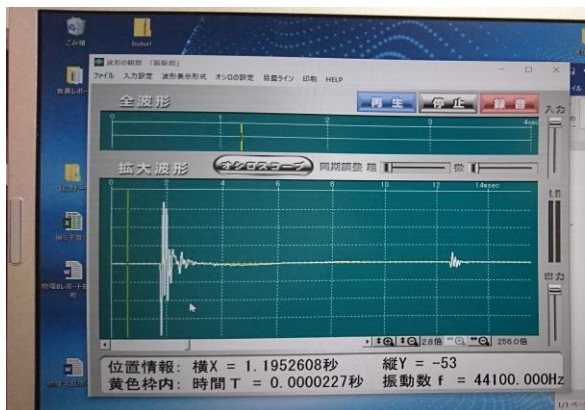


図2. 振駆郎による音波の取り込み

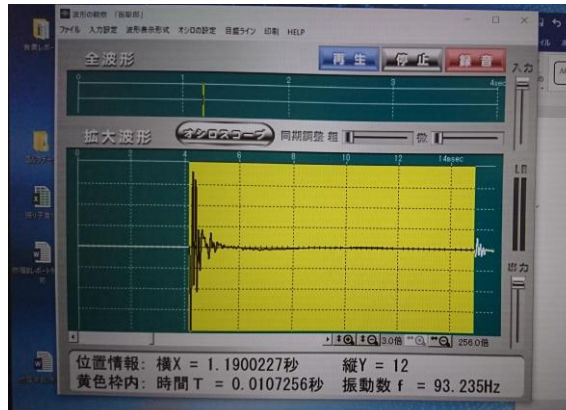


図3. 振駆郎による音波の解析

<実験器具>

紙筒二本（長さ 91.0 c m、筒内直径 2.8 c m）
Wii U カラオケマイク（Nintendo 製）
エアクッション
ノートパソコン(Panasonic 製 CF-SZ6)
音声解析ソフト「振駆郎」
セロハンテープ
温度計（タニタ製）

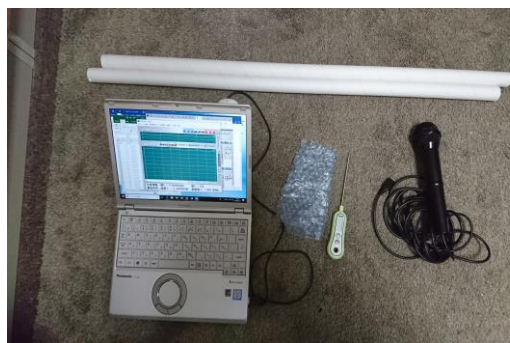


図 4.使用器具

<実験準備>

(ア) 紙筒二本をつなげて 182.0 c m の筒にし、片端を丸く切った紙でふさぎ、紙筒を机と平行になるように固定した。

(イ) マイクとパソコンを接続し、図 5 のように机上にマイクを筒の開口端から 2.0 c m 離し固定した。

また、室温を温度計で測定したところ、14.5°C だった。



図 5. 実験の様子

<実験方法>

(あ) 音声解析ソフトの録音ボタンを押し、筒開口端から 1.0 c m の位置でエアクッションのプチプチ一つを指で潰した。

(い) 測定された波形から時間差 T を出した。

(う) 以上のことを 20 回繰り返した。

<実験結果>

時間差 T をもとに式①から音速を求め、その平均、標準偏差、統計的な不確かさ、片側・両側検定の p 値を表 1 に示した。ただし、乾燥大気 0°C での音速 v_0 の文献値 331.5m/s と式⑤から、14.5°C での音速の文献値は 340.3m/s とした。

表 1. 時間差 T の測定から得られた音速、標準偏差、統計的不確かさ、p 値

回数	時間差 T [s]	音速 [m/s]	得られた音速の平均 [m/s]	338.4
1	0.01075	338.6	標準偏差	0.6774
2	0.01073	339.2	統計的な不確かさ	0.1515
3	0.01073	339.2	片側検定の p 値	1
4	0.01077	338.0	両側検定の p 値	0
5	0.01073	339.2		
6	0.01075	338.6		
7	0.01074	338.9		
8	0.01078	337.7		
9	0.01079	337.3		
10	0.01075	338.6		
11	0.01079	337.3		
12	0.01075	338.6		
13	0.01079	337.3		
14	0.01076	338.3		
15	0.01078	337.7		
16	0.01073	339.2		
17	0.01078	337.7		
18	0.01075	338.6		
19	0.01074	338.9		
20	0.01075	338.6		

また、表 1 の音速の結果をヒストグラムで下図 6 に示した。

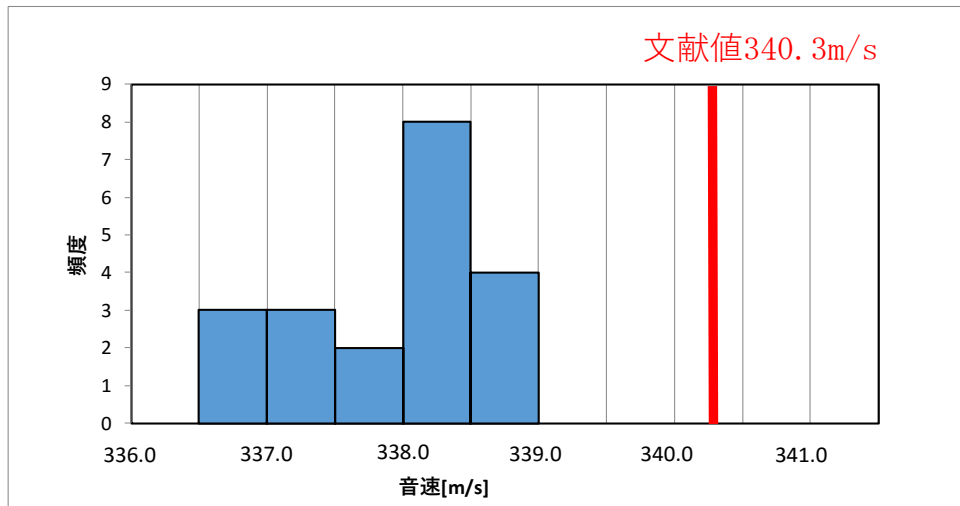


図 6.得られた音速のヒストグラム

表 1 より、測定から得られた音速は $338.4 \pm 0.2 \text{ m/s}$ であった。これが文献値 340.3 m/s と矛盾しない確率は両側検定の p 値になるので、0 %であった。

<考察>

結果から測定値と文献値には有意な差があるといえる。以下その原因について考える。

・マイク、音源と開口端の間

式①においてマイク、音源と開口端の間を考慮しなかった。間を無視しない場合、開口端からマイクは0.020mの距離にあり、音源はその真ん中の0.01mの距離にあるため、反射音は直接音よりも $(2\ell + 0.01 \times 2)$ m長く伝播距離がある。

ゆえに式①は
$$v = \frac{2\ell + 0.02}{T} \dots \textcircled{1}'$$
 とおける。

式①'を表1に用いた場合の得られた音速、標準偏差、統計的不確かさ、p値は表2のようになり、ヒストグラムは図7のようになる。

表2. 式①'で計算した場合の音速、標準偏差、統計的不確かさ、p値

回数	時間差T[s]	音速[m/s]	得られた音速の平均[m/s]	340.2
1	0.01075	340.5	標準偏差	0.6811
2	0.01073	341.1	統計的な不確かさ	0.1523
3	0.01073	341.1	片側検定のp値	0.64135
4	0.01077	339.8	両側検定のp値	0.7173
5	0.01073	341.1		
6	0.01075	340.5		
7	0.01074	340.8		
8	0.01078	339.5		
9	0.01079	339.2		
10	0.01075	340.5		
11	0.01079	339.2		
12	0.01075	340.5		
13	0.01079	339.2		
14	0.01076	340.1		
15	0.01078	339.5		
16	0.01073	341.1		
17	0.01078	339.5		
18	0.01075	340.5		
19	0.01074	340.8		
20	0.01075	340.5		

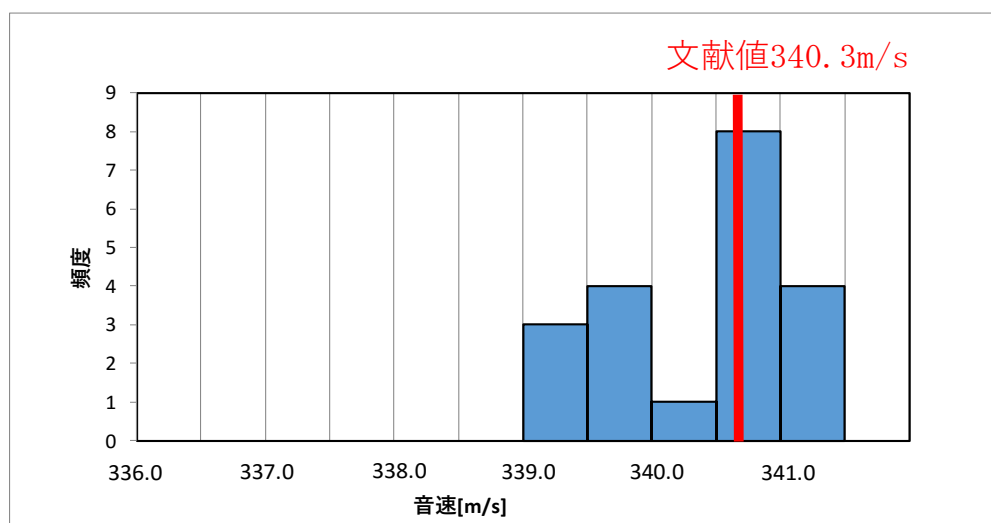


図7、表3の音速のヒストグラム

表2より、このときの音速は $340.2 \pm 0.2 \text{ m/s}$ であり、マイク・音源と開口端の隙間を考慮しなかった場合との誤差は0.5%以上あるため、この誤差は無視できないと言える。

また、表2での両側検定の p 値から、文献値に矛盾していない確率は72%であった。さらに表1、2で統計的誤差はほぼ同じであった。これらのことから、表1では開口端での隙間を無視したため系統的誤差が生じていたと考えられる。

・湿度の存在

式②において空気の密度は、湿度を無視した乾燥空気でのものである。本実験では湿度が約41%あったが、湿度がある場合、空気密度は小さくなるため、音速は乾燥空気中よりも速くなる。以下、湿度がある場合の音速を求める。

温度 $t[^\circ\text{C}]$ 、気圧 $P[\text{Pa}]$ 、その時の水蒸気分圧を $P_1[\text{Pa}]$ とする。空気のみ分圧は $P - P_1$ となり、このときの空気の密度を $\rho_1[\text{kg/m}^3]$ とする。さらに空気だけの圧力を P に等温圧縮したときの密度を $\rho[\text{kg/m}^3]$ とすると、

$$\frac{P - P_1}{\rho_1} = \frac{P}{\rho} \quad \text{ゆえに} \quad \rho_1 = \rho \left(1 - \frac{P_1}{P} \right) \dots \textcircled{6}$$

圧力 P_1 の水蒸気密度を $\rho_2[\text{kg/m}^3]$ とする。水蒸気だけの圧力を P に等温圧縮したときの密度を $\rho_3[\text{kg/m}^3]$ とすると、

$$\frac{P_1}{\rho_2} = \frac{P}{\rho_3} \quad \text{ゆえに} \quad \rho_2 = \rho_3 \times \frac{P_1}{P} \dots \textcircled{7}$$

ここで、同圧 P 下において 水蒸気密度 ρ_3 : 空気密度 $\rho \doteq 5 : 8$ であることと、式⑥、⑦より空気と水蒸気の混合気体の密度は次式のようにおける。

$$\begin{aligned} \rho_1 + \rho_2 &= \rho \left(1 - \frac{P_1}{P} \right) + \frac{5}{8} \rho_3 \times \frac{P_1}{P} \\ &= \rho \left(1 - \frac{3P_1}{8P} \right) \dots \textcircled{8} \end{aligned}$$

ゆえに水蒸気を含む空気中での音速は式②、⑧より

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho_1 + \rho_2}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho \left(1 - \frac{3P_1}{8P} \right)}} \\ &= \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0} \left(1 + \frac{t}{273} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{3P_1}{8P} \right)^{-\frac{1}{2}}} \quad (\text{式③より}) \end{aligned}$$

$$= v_0(1+0.00183 t)(1 - \frac{3P_1}{16P}) \quad (|x| \ll 1 \text{ のとき、} (1+x)^n \doteq 1+nx \text{ より})$$

$$= 331.5(1+0.00183 t)(1 - \frac{3P_1}{16P}) \quad \dots \textcircled{9} \text{ となる。}$$

ここで湿度は以下のようにおける。

$$\text{湿度(\%)} = \frac{\text{その空気の水蒸気分圧} P_1}{\text{その気温での飽和水蒸気圧}} \times 100 \quad \dots \textcircled{10}$$

14.5°Cでの飽和水蒸気圧は文献値から 1652Pa であるため、湿度 41%であった実験時の P_1 は式⑩より $P_1 = 677.32 \doteq 677.3(\text{Pa})$ であった。大気圧 P を 1013.25 hPa とすると、14.5°Cでの湿度を考慮した場合の音速の理論値は式⑨から 339.9m/s であった。

したがって、湿度を無視した場合としない場合の理論値の誤差は約 0.1%で無視できるほど小さいと言える。

<結論>

系統的誤差を考えた場合、文献値と 0.1%以下の差であったため、文献値と測定値の間には矛盾がないということがわかった。

<参考文献>

音速の測定 - 滋賀県総合教育センター

http://www.shiga-ec.ed.jp/www/contents/1440578636412/files/kiki_phys_02.pdf

音速の理論 - FN の高校物理(分野別目次)

fnorio.com/0051Sonic_velocity1/Sonic_velocity1.htm

湿度補正 - 国立大学法人 大阪教育大学

<https://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~masako/exp/kichu/experiment/theory/sitsudo.html>

空気中の水蒸気 <http://www.s-yamaga.jp/nanimono/taikitoumi/kukichunosuijoki.htm>

飽和水蒸気圧と水蒸気量の計算 http://es.ris.ac.jp/~nakagawa/met_cal/satu_vapor.html

音声解析ソフト：理科ネットワーク

<http://rika-net.com/contents/cp0260b/contents/04oto.html>